

数学猜想能被 AI 破解，但数学直觉无可替代

■本报记者 韩扬眉

近日,有关“23岁无高等数学背景的业余爱好者利用 ChatGPT 攻克 60 年数学猜想”的新闻引发国内外关注。一位没有接受过系统高等数学训练的年轻人与合作者利用 ChatGPT,在 80 分钟内解出了困扰数学界长达 60 年的“Erdős#1196”问题。

事实上,自 2025 年 8 月美国开放人工智能研究中心(OpenAI)发布 ChatGPT-5 以来,多个 Erdős 问题被“攻克”,同时人工智能(AI)还发现了一些以为未被解决但实际上早已解决的 Erdős 问题,只是它们淹没在了浩如烟海的论文中。

Erdős 问题是什么样的问题?什么样的问题更容易被 AI 攻克?数学家会被 AI 替代吗?针对这些问题,《中国科学报》采访了相关专家。

1217 个 Erdős 问题

Erdős 问题是匈牙利数学家保罗·爱多士(Paul Erdős)提出的猜想或难题。爱多士生于 1913 年,是 20 世纪伟大的数学家之一,曾在 1983 年与我国知名数学家陈省身一同获得沃尔夫奖。他一生高产,发表了约 1500 篇学术论文,提出了许多新的数学问题,涵盖数论、组合学、图论、几何等,以表述简洁深刻著称。

喜欢研究 Erdős 问题的数学家托马斯·布鲁姆(Thomas Bloom)创办了一个名为“Erdős Problems”(Erdős 问题)的网站。该网站目前汇总了 1217 个问题,前文提到的 Erdős#1196 就是其中之一。

汇总工作让每个 Erdős 问题一目了然,有助于没有高等数学背景的人直接复制给 AI。“并非所有 Erdős 提出的问题都可以被 AI 解决,因此不宜以偏概全。”中国科学技术大学/清华大学教授马杰告诉《中国科学报》。

作为研究 Erdős 问题的青年数学家,马杰取得了一系列重要进展。今年,马杰与学生尝试借助 AI 攻克 Erdős#543 问题,这是关于阿贝尔群随机子集的一个加性组合问题。他将问题抛给 AI 后,AI 首先生成了一个定性证明,但出现了错误。调整之后,他们判断其是否合理,并引导 AI 调整方向,将证明转化为更精准的定量形式。最后,马杰将文章公布在了预印本网站上。

这半年来,媒体多次报道 Erdős 某些问题被 AI 解决,导致不少数学工作者对研究 Erdős 问题产生了误解。于是,托马斯·布鲁姆在 4

月 16 日发表了一篇题为《前十大 Erdős 难题》的文章,强调虽然 Erdős 提出了大量问题,但它们并非同等重要。在数论和组合学中,Erdős 提出的问题具有深远的影响力,并在解决的过程中推动了许多重要数学方法和思想的发展。

再不用就落伍了

近年来,AI 在辅助解决数学难题方面的作用日益凸显,除 Erdős 问题之外,AI 在突破牛顿 300 多年前提出的亲吻数问题、百年流体力学难题上都发挥了重要作用。

在马杰看来,被 AI 解决的数学问题具有一些共性,那就是人类研究已经积累了相当的经验,表述直观、结构清晰,可以较为直接地进行证明。这也是 AI 能较快切入的原因。相比之下,许多组合数学乃至更广泛的数学问题,本身依赖复杂定义或具有较高抽象性,其理解与推进远非看起来那样简单。

马杰表示,AI 的能力更多体现在对已有知识进行整合推理和在分散结果间建立联系,从而形成新的解题思路。在一些情况下,这可以理解对既有结论的重新组织与呈现,而如何完成连接,本身也是数学研究的关键难点之一。

南京师范大学教授陈永高认为,AI 更易解决能借助已有方法的问题,而数学家可以专注于 AI 不能解决的问题。

马杰坦承,AI 的强大让他和学生都产生了焦虑。“我们把数学研究看成人类发现客观存在的自然规律的过程,AI 的出现加速了这一进程,从这个角度看是好事。”

“数学界相关的讨论似乎有些落后于 AI 的发展,而这种讨论是紧要的、关键的。在这个充满变革的时代中,我们要尽量拥抱 AI。”马杰说,这也是他鼓励学生做的事。

南京大学教授孙智伟也深刻感受到,“再不用 AI 就落伍了”。最近他在职业数学家云集的社群 MathOverflow 上提出的一些公开猜想被同行用 AI 破解了。他说:“AI 能解决专家都感到棘手的问题,令人震撼,其思路有时出乎意料。不过,国内 AI 的推理能力与国外的相比仍有差距。”

马杰认为,AI 在数学方面的能力或许可作为衡量一个国家数学发展水平的参考维度。目前较先进的 AI 大模型多由国外开发,若将“AI 的数学水平”视作一种相关能力的体现,那么

发展具有相当实力的数学类 AI 模型,对国家而言具有一定意义。

未来更需要数学家的直觉与洞察力

在马杰看来,前述新闻是一个标志性事件,其重要性不在于解决了一个具体问题,而在于启发了一种新的研究模式。“以后 AI 会产生很多的证明,而且很大一部分证明可能是错误的。人类如何审核、如何进行形式化验证,将是困难且重要的事。”

此外,数学家对证明的“理解”是数学研究的重要过程。马杰指出,“理解”除了读懂步骤,

还要解释“从无到有”的思想脉络。在他看来,人类写证明的目的之一在于让同行理解,但 AI 与人的逻辑不一样。“它常会设置很多未知数,导致证明看起来像很复杂。写出一个证明很重要,但理解是人类研究数学的一个重要过程。”

该事件引发了孙智伟对数学教育的深度思考。他告诉《中国科学报》,数学的发展需要数学家直觉提出问题或理论,也依靠逻辑推理解决问题、证明定理。“尽管现在 AI 会出现错误,还需要人类的判断和整理,但是 AI 的推理能力已经比较强大了。未来更需要数学家的直觉与洞察力,以及对数学的感觉与品味。发明有用的数学概念,提出新理论或重要猜想,

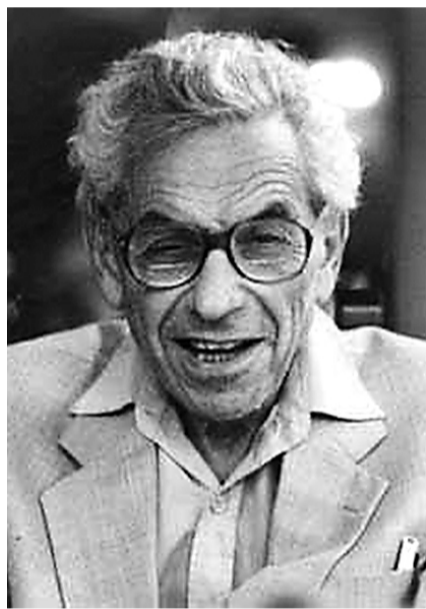
判断 AI 产出的结果是否‘漂亮’、是否重要,这些都是 AI 无法替代的。”

孙智伟表示,过去中国的数学教育往往比较重逻辑而轻思考和启发,在 AI 时代,应该引导学生保持好奇心、激发对数学的热情,同时要给学生留出独立思考的时间,而不是让他们一直忙于解题。

陈永高也告诉《中国科学报》,AI 可能还无法解决创新性比较强的问题,但在对已有方法的整合运用上,它的能力和速度比人强。陈永高曾 3 次担任国际数学奥林匹克中国队领队,在他看来,学习数学更重要的是训练思维能力,解决问题的过程比解决问题更重要。

相关链接

传奇数学家爱多士



图片来源: G Csicsery

匈牙利数学家保罗·爱多士(Paul Erdős)是一位传奇的数学家,他没有固定单位,没有固定住所,没有婚姻,靠一点儿访问资助和演讲费维持生活。“证明与猜想”是他唯一的目标。

爱多士三四岁时就展现了数学天赋,但也因为母亲过度宠爱,他 11 岁还不会系鞋带,21 岁到英国学习时才学会往面包上抹黄油。

爱多士任何时候都想着数学。20 世纪 80 年代后期,爱多士需要角膜移植以保住他一只眼的视力,但他坚持要带一个小本到手术室,以便继续计算。外科医生看到说:“你用不着这个,我要在你的眼睛上工作。”爱多士则说:“我可以用另一只眼睛做数学。”

爱多士是“流浪数学家”,他开辟了数学家群体合作的时代,此前数学家往往是独自工作的。他喜欢带着几乎所有的财产——两只箱子,穿梭于全球的同行间,与人开展数学讨论,他曾与 500 余人合作过。

中国科学院院士王元组织翻译了爱多士的传记《我的大脑散开了》。他在“译者的话”中写到,爱多士与中国老一辈数学家华罗庚、柯召保持着友好的关系。爱多士在华罗庚回国后

与其也有通信往来。尽管信中多是“亲爱的华,令 p 为一个奇素数……”等内容,却遭美国某些部门怀疑迫害,但爱多士并未因此停止与华罗庚的来往。爱多士与柯召合作的关于有限集合的工作——爱多士-柯-拉多定理,被视为里程碑式的定理。他对中国数学家在哥德巴赫猜想方面的工作也给予了关注与好评,在 20 世纪 50 年代撰写的综合性文章中专门介绍这些结果。

爱多士是难得的“伯乐”,乐意和任何一个知名或不知名的愿与他共事的人工作,对天赋聪颖的青少年更是珍视。1985 年,爱多士与 10 岁左右的陶哲轩在澳大利亚相遇,他认真审阅了陶哲轩写的论文。6 年后,16 岁的陶哲轩在爱多士的推荐下前往美国普林斯顿大学攻读博士学位。2006 年,陶哲轩获得了国际数学界最高菲尔兹奖。

1996 年 9 月 20 日,爱多士在波兰沙参加的一场组合论会议期间因心脏病去世,走完了他 83 年的人生,几乎实现了他经常说的“猝然离世”,以及在去世前依然开展数学讨论的愿望。

六十载接力,白色盐碱地上崛起“金色粮仓”

■本报记者 田瑞颖

咸,带点涩。中国科学院地理科学与资源研究所(以下简称地理资源所)副研究员刘振跨进沟渠,从泛白的地里面抓了一点土,放到舌尖:“含盐量得有 10%以上。”

“眼瞅着这地不长粮,真急人。”山东省东营市种植大户张合兴皱着眉,他想改良脚下这块重度盐碱地,又担心技术不成熟,投的钱打了水漂。

带队调研的地理资源所研究员、中科院山东东营地理研究院院长孙志刚转过身,指向 30 公里外的现代农业示范区:“有我们的科研基地在,技术不用愁。”

东营,这片黄河泥沙淤出的土地,是我国利用难度最大的滨海盐碱地之一。2017 年,地理资源所在入海口“荒滩”上,建立了中国科学院黄河三角洲科研基地(以下简称科研基地),他们要为全国盐碱地治理蹚出一条可复制、可推广、可应用的路。

如今,6000 亩科研基地上落成 3 个国家级科研平台,承担了 20 余项国家、中国科学院与地方重大项目。以“粮—草—牧—园”生态循环为核心的“盐碱地开发利用东营模式”走出黄河口,正在我国华北、西北、东北、长三角推广开来,更多的“白色荒漠”正在变成“金色粮仓”。

荒滩新生

沿东八路向北驶去,两旁随处可见海产养殖场、晒盐场,一座座盐坨像小小的雪山。拐入距黄河入海口十几公里处的现代农业示范区,科研基地便坐落其中。

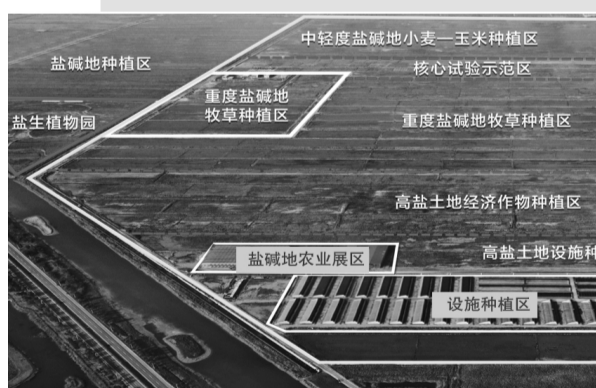
开展盐碱地综合利用对保障国家粮食安全,端牢中国饭碗具有重要战略意义。东营是开展滨海盐碱地改良的天然试验场,这里分布着较大面积中重度及以上盐碱地。土壤含盐量超过 6%,普通作物就无法生长;超过 10%,就寸草不生。科研基地所在的区域,70%的土地含盐量都超过 6%,最高可达 26%,可以说是东营最“差”的土地。

2017 年 1 月,地理资源所与东营市签署战略合作框架协议,共建科研基地,双方分别成立黄河三角洲研究中心、中科院山东东营地理研究院,构筑了院地合作的“桥头堡”。乘势而上,2018 年 7 月,双方联合中国科学院 20 余家研究单位,共建中国科学院黄河三角洲现代农业工程实验室(以下简称黄三角农业工程实验室),向盐碱地深层治理的“深水区”发起冲锋。

“我们要敢为人先,长期坚持,勇啃‘硬骨头’。”身兼黄河三角洲研究中心主任、黄三角农业工程实验室副主任的孙志刚说。

基于千亩级滨海盐碱地试验平台,来自全国的科研团队在这里开展耐盐品种配套种植、农业水土过程、土壤生物过程、自然资源观测、

坚守盐碱地的三代人(左起:欧阳竹、孙志刚、刘振)。
中国科学院黄河三角洲科研基地功能布局图。



遥感监测等研究。自然资源部黄河入海口陆海交互作用野外科学观测研究站、生态环境部生态质量综合监测站、国家水土保持监测站等国家、省部级科研平台相继落成。

“美丽中国生态文明建设科技工程”“创建生态草牧业科技体系”“黄河三角洲现代生态农业技术系统集成示范”等 20 余个重大项目在这里有序实施,为区域生态保护与农业高质量发展提供了强有力的技术支持。

“在学校做模拟,总觉得离土地很远。”一位在基地忙碌的中国农业大学学生说,“到这里才知道盐分怎么运移、作物怎么响应,还能跟其他领域的科研团队交流。”

在基地的一片重度盐碱地上,一排排西红柿大棚格外引人注目。走进大棚,西红柿的清香扑面而来。随手摘下一颗,手心里蹭两下,咬开,肉质紧实,一口鲜甜汁爆了出来。大棚的一角,摆着几百箱已被预订的西红柿。

“根本不够卖!”一位管理大棚的农民告诉《中国科学报》,为了尝一口这里的西红柿,经常有市民直接来大棚“堵”着。

地理资源所研究员、黄三角农业工程实验室原常务副主任欧阳竹介绍,基地西红柿种植使用的生物有机肥由畜禽绿色养殖废弃物发酵所得。与传统种植相比,这里的西红柿口感更佳,番茄红素、维生素 C、苹果酸等营养含量指标也明显更高。

欧阳竹算了一笔账,一个大棚每年可产出两茬西红柿,种植高产品种亩产最高可达 1 万



斤,年产值近 10 万元,而大棚建设与土壤改良只需一次性投入 20 万元。

显著的经济效益背后,是一套科学的“粮—草—牧—园”生态循环农业模式。“简单来说,就是盐分低的土地种粮食,中重度的种牧草,最重的发展设施农业。种出来的草和作物秸秆喂羊,羊粪做生物有机肥改良土壤和种植高价值作物。”欧阳竹说。

目前,这项技术已经推广至东营 3 个县区的百余个大棚。中重度盐碱地耐盐小麦和牧草产量提高 32%到 83%,土壤含盐量由 6%下降到 2.6%,土壤有机质提高 25%以上。

从黄河口出发,东营的探索正在远方落地生根。地理资源所研究员、黄三角农业工程实验室副主任贾小把把东营的控盐降碱技术带到了新疆和田,南疆的盐碱风沙土上已见明显增产效果。东北的苏打盐碱地,正在期待同样的未来。

接力前行

“金色粮仓”的背后,是 60 年的接力。

1966 年,地理资源所的科研人员在早涝盐碱严重的禹城县扎下根,建立“早涝碱综合治理试验区”。1979 年,中国科学院禹城综合试验站正式成立。从此,这片土地上有常年蹲守的队伍。

1983 年,欧阳竹从华南农业大学毕业,背上行李直奔禹城,一待就是 30 年,还当了 20 年综合试验站站长,是农业科技“黄淮海战役”的亲历者、推动者。

据欧阳竹回忆,1987 年,全国粮食生产徘徊不前,中国科学院副院长李振声带队调研 3 个月,做出一个大胆预测:黄淮海地区有 500 亿斤粮食的增产潜力。随后,中国科学院组织全院精锐强将打响了“黄淮海战役”,禹城是这场“战役”的关键阵地之一,参与攻关的有 25 个研究所的 400 多名科技人员。1993 年,全国粮食生产从 8000 亿斤增长到 9000 亿斤,黄淮海地区增产 504.8 亿斤,与李振声当年的预测十分吻合。

几十年来,欧阳竹带领团队持续在禹城发展农区畜牧业、农产品深加工、资源节约型高产高效现代农业、种养循环生态高效农业,“盐碱洼地”变成了“吨粮田”,禹城成为全国农业的样板。

增产的脚步没有停下,环渤海地区还有 1000 万亩盐碱地,蕴藏着巨大的粮食增产潜力。2013 年,中国科学院“渤海粮仓”科技示范工程正式启动,欧阳竹承担了山东示范区的任务。孙志刚也在这个阶段辞去了国外的科研工作,与曾经的导师欧阳竹共同投身这场新的“战役”,他们的战场也逐渐从禹城转至东营。

孙志刚仍记得第一次踏上东营时,就被这里盐碱地明显的空间异质性所震撼:“同一块地里,有的地方土壤含盐量低于 3%,有的能超过 10%。”

“要治理盐碱地,得先给土地做一个详细的‘CT’,摸清每个区域的土壤含盐量。”孙志刚发挥遥感专长,利用卫星和无人机对盐碱地开展大范围、高频次监测,绘制完成了科研基地、现代农业示范区、东营市及黄河三角洲的耕地盐分分布图,还实现了水盐动态的精准感知。

12 年来,孙志刚多半时间泡在山东的盐碱地。攻关技术、搭建平台、问诊田间,迭代改良模式、为政府决策出谋划策……几副担子压下来,人自然“快”起来——走路快,说话快,思维也快。

孙志刚常说:“盐碱地改良是场持久战,既要靠科学,也要靠接力。田间地头才是真正的实验室。”

如今,这片土地上驻扎了越来越多像刘振一样的“90 后”。风吹日晒下,已是中科院山东东营地理研究院副院长的刘振皮肤黝黑,手掌也磨出粗茧,但他却乐在其中:“沿着前辈们的足迹继续前行,把论文写在大地上,就是我科研的意义所在。”

向远深耕

在地理资源所研究员、黄三角农业工程实验室主任葛全胜看来,盐碱地治理这一长期工程能行稳致远,离不开政府的托举。

“东营市政府和现代农业示范区从园区建设、科研经费、人才政策等多方面全力支持,累计无偿提供 3000 亩农业用地、400 余万元资金。”葛全胜告诉《中国科学报》,仅仅 1 年,荒凉

的基地上就建起了宿舍、食堂、办公楼、实验楼等配套设施,科研人员拎包入住。“这些支持对长期野外科学试验、盐碱地科研成果集成示范至关重要。”

葛全胜透露,经过多年攻关,研发团队建立了中重度盐碱地地力与产能协同提升的技术体系——“东营模式 1.0”;同时,他们研制了“盐碱地智能模拟与决策大模型”,实现了从自然语言提问到后端专业知识算法的自主衔接与智能问答,进而实现了对不同盐碱地改造利用模式的智能评估与推荐。下一步,希望和东营市政府共同努力,把“东营模式”和“大模型”从基地推向全域,在推广中发现问题并迭代升级。

走农户,访企业,逐渐成为团队的日常。天刚亮,孙志刚便与刘振、东营市农业农村局正高级农艺师孙文彦一同出发,走访东营市 3 个县区的 4 个农业大户。

垦利区合美东九农业种植农民专业合作社是当天调研的第一站。负责人张合兴出身农村,在其建材企业实现销售额两亿多元后,毅然返乡做农业。面对身边人的不解,对土地有着深厚感情的张合兴只说了一句:“总得有人扛起这份担当。”

作为“新农人”,张合兴爱琢磨新技术。听说调研队是来解决生产问题的,他一股脑儿地把难题倒了出来。张合兴提到对无人机兴趣浓厚,又苦于员工不会操作时,孙志刚立即表态:基地可以免费提供员工提供培训。

在张合兴负责的上千亩地里,好地块里农机隆隆作业,坏地块上一片寂静。他指着一片不长粮的土地,谈起想尝试的新方法,但语气里满是犹豫。投入已经很大了,再冒风险,心里没底。

孙志刚告诉他,试验可以交给基地科研人员做,等成功了,再用到地里。“成本是我们的,收益是百姓的。”

从这里出来,他们又先后前往垦利区一家以耐盐碱作物种见的种业公司、利津县一家托管数万亩土地的合作社,河口区一个盐碱地改良示范点走访调研。耐盐作物品种筛选、提高垄高与目前使用的机器不匹配、有机肥不够用、耕层土壤存水困难、覆膜技术不成熟……一天下来,刘振的笔记本上的记录已经密密麻麻。

回到基地附近,已是晚上 9 点。走进一家常去的羊汤馆,几碗羊汤、一筐烧饼、两个炒菜,他们一边吃着,一边聊着农户遇到的问题。

“历经几代人,地理资源所的盐碱地研究队伍一直薪火相传,秉承‘黄淮海精神’,不断创新,把论文写在华北平原这片土地上。”葛全胜说。

基地里,欧阳竹的办公室还亮着灯。65 岁的他,仍在谋划与央企合作建立盐碱地现代生态农业产业园,让技术真正走向产业。电脑上打开的 PPT 最后一页写着:“我要把人生的最后一个作品留在黄河三角洲。”